

نام درس: آمار و احتمال

نام دبیر:

تاریخ امتحان:

ساعت امتحان:

مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه



جمهوری اسلامی ایران

نام و نام خانوادگی:

مقطع و رشته: یازدهم ریاضی

نام پدر:

شماره داوطلب:

تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

نمره به عدد:		نمره به حروف:		نمره تجدید نظر به عدد:		نمره به حروف:	
نام دبیر:		تاریخ و امضاء:		نام دبیر:		تاریخ و امضاء:	
ردیف		سؤالات					
۱	تعیین کنید که کدامیک از جملات زیر گزاره است و ارزش گزاره ها را مشخص کنید. (الف) هر مربع یک لوزی است. (ب) لطفا مرا در کلاس بپذیرید. (پ) هر که بامش بیش برفش بیشتر (ت) آیا فردا مدرسه تعطیل است؟						
۲	به کمک جدول، ارزش هم ارزیهای منطقی زیر را ثابت کنید. (الف) $(q \Rightarrow p) \wedge (p \vee q) \equiv p$ (ب) $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$						
۳	نقیض سوره‌های زیر را بنویسید. (الف) $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 0; x + \frac{1}{x} < 2$ (ب) $\exists x \in (-\infty, 0); x + \frac{1}{x} > 2$						
۴	تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه n عضوی A از تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه n-2 عضوی، ۴۸ واحد بیشتر است. مجموعه A چند زیر مجموعه سه عضوی دارد؟						۱/۵
۵	به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: (الف) $[(A - B) - (B - A)]' = A' \cup B$ (ب) $[A - (A - B)] \cup (A \cap B)' = U$						۲
۶	افرازهای سه عضوی مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ را بنویسید.						۱
۷	اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$ نمودار $A \times B$ و $B \times A$ را رسم کنید.						۲
۸	تاسی را پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم عدد رو شده کوچکتر مساوی ۴ باشد احتمال اینکه این عدد زوج باشد چقدر است؟						۱
۹	دو تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع اعداد رو شده کوچکتر از ۱۰ باشند احتمال این که دو تاس با هم برابر باشند چقدر است؟						۱/۵
۱۰	در یک مسابقه شنا سه شناگر A,B,C شرکت کرده‌اند. اگر احتمال برنده شدن A دو برابر B و احتمال برنده شدن B نصف برنده شدن C باشد احتمال اینکه A برنده نشود چقدر است؟						۱/۵
۱۱	احتمال قبولی دو نفر کنکور به ترتیب ۰٫۶ و ۰٫۸ است. احتمال اینکه حداقل یکی از این دو نفر در کنکور قبول شوند چقدر است؟						۱/۵

۱۲	در کیسه ای ۷ مهره سفید و ۵ مهره سیاه وجود دارد. دو مهره یکی پس از دیگری و بدون جایگذاری خارج می کنیم. احتمال این که هر دو هم رنگ باشد کدام است؟	۱
۱۳	دو ظرف همانند هم داریم. در ظرف اول ۷ مهره آبی و ۵ مهره قرمز و در ظرف دوم ۶ مهره آبی و ۷ مهره قرمز وجود دارد. از ظرف اول یک مهره به تصادف خارج می کنیم و بدون مشاهده رنگ آن در ظرف دوم قرار می دهیم سپس از ظرف دوم مهره ای خارج می کنیم. احتمال قرمز بودن این مهره چقدر است؟	۱/۵
۱۴	در کارخانه ای سه ماشین A, B, C به ترتیب 10%, 30%, 60% محصولات را تولید می کنند که به ترتیب 3%, 4%, 5% محصولات معیوب هستند. یک محصول را به تصادف انتخاب می کنیم و مشاهده می شود که معیوب است. احتمال اینکه که ماشین A آن را تولید کرده باشد چقدر است؟	۱/۵
صفحه ۲ از ۲		

جمع بارم : ۲۰ نمره

نام درس: آمار و احتمال

نام دبیر:

تاریخ امتحان:

ساعت امتحان:

مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه



کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر																																																							
۱	الف) گزاره است (درست) ب) گزاره است (درست)	پ) گزاره نیست ت) گزاره نیست																																																							
۲	الف) ب)	<table border="1"> <thead> <tr> <th>P</th><th>q</th><th>$q \Rightarrow P$</th><th>$P \vee q$</th><th>$(q \Rightarrow P) \wedge (P \vee q)$</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th>P</th><th>q</th><th>$P \Rightarrow q$</th><th>$\sim(P \Rightarrow q)$</th><th>$\sim q$</th><th>$P \wedge \sim q$</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td></tr> </tbody> </table>	P	q	$q \Rightarrow P$	$P \vee q$	$(q \Rightarrow P) \wedge (P \vee q)$	د	د	د	د	د	د	ن	د	د	د	ن	د	ن	د	ن	ن	ن	د	ن	ن	P	q	$P \Rightarrow q$	$\sim(P \Rightarrow q)$	$\sim q$	$P \wedge \sim q$	د	د	د	ن	ن	ن	د	ن	ن	د	د	د	ن	د	د	ن	ن	ن	ن	ن	د	ن	د	ن
P	q	$q \Rightarrow P$	$P \vee q$	$(q \Rightarrow P) \wedge (P \vee q)$																																																					
د	د	د	د	د																																																					
د	ن	د	د	د																																																					
ن	د	ن	د	ن																																																					
ن	ن	د	ن	ن																																																					
P	q	$P \Rightarrow q$	$\sim(P \Rightarrow q)$	$\sim q$	$P \wedge \sim q$																																																				
د	د	د	ن	ن	ن																																																				
د	ن	ن	د	د	د																																																				
ن	د	د	ن	ن	ن																																																				
ن	ن	د	ن	د	ن																																																				
۳	الف) $\exists x \in \mathbb{R} \quad x \neq -2, x + \frac{1}{x} \geq 2$ ب) $\forall x \in (-\infty, 0); x + \frac{1}{x} \leq -2$																																																								
۴	$\frac{n}{2} = \frac{n-2}{2} + 48 \rightarrow \frac{n}{2} - \frac{n-2}{2} = 48 \Rightarrow \frac{n-2}{2} \left(\frac{2}{2} - 1 \right) = 48$ $\rightarrow \frac{n-2}{2} = 16 \rightarrow \frac{n-2}{2} = 2 \rightarrow \boxed{n=6} \quad \binom{6}{3} = 20$																																																								

مزال

$$\text{الف) } [(A \cap B') - (B \cap A')] = [(A \cap B') \cap (B \cap A')'] = (A \cap B') \cup (B \cap A')$$

$$= (A' \cup B) \cup (B \cap A') = A' \cup \underbrace{[B \cup (B \cap A')]}_{B \text{ حسب مبدأ}} = A' \cup B \quad \text{طرف سوم}$$

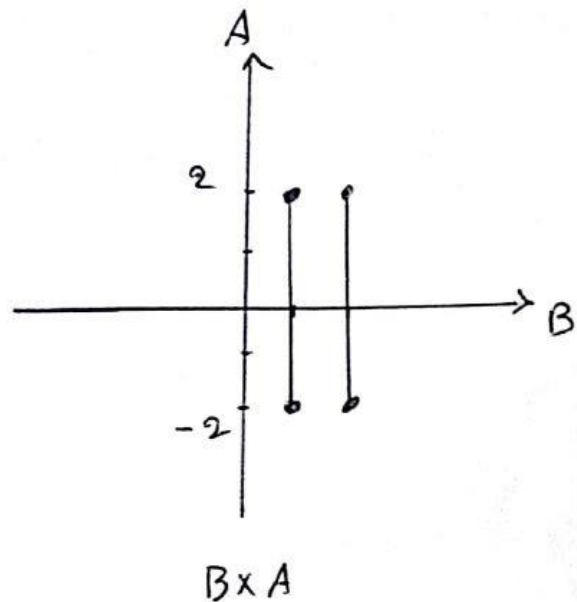
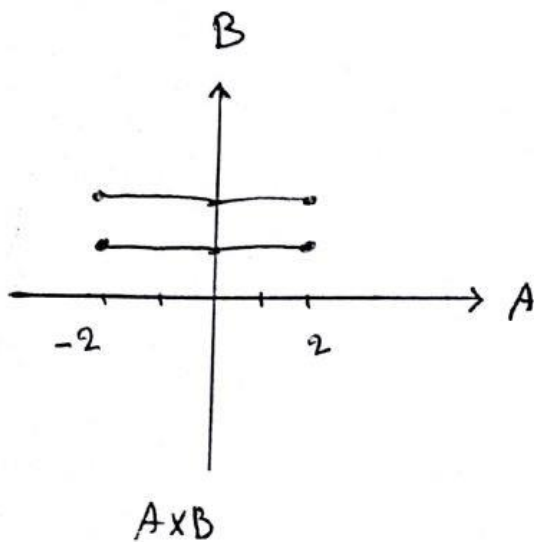
ب) $[A \cap (A \cap B)'] \cup (A' \cup B') = [A \cap \underbrace{(A' \cup B)}_{A \cap B \text{ حسب مبدأ}}] \cup (A' \cup B')$

$$= [(A \cap B) \cup (A' \cup B')] = (A \cap B) \cup (A \cap B)' = U \quad \text{طرف سوم}$$

$$\begin{aligned} &\{1\} \{2\} \{3, 4\} \\ &\{1\} \{3\} \{2, 4\} \\ &\{1\} \{4\} \{2, 3\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\{2\} \{3\} \{1, 4\} \\ &\{2\} \{4\} \{1, 3\} \\ &\{3\} \{4\} \{1, 2\} \end{aligned}$$

$$A = [-2, 2] \quad B = \{1, 2\}$$



$$P(\text{نقطه تصادفی در } \{1, 2\} \times \{1, 2\}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$P(A) = 2P(B) \quad , P(B) = \frac{1}{2}P(C)$$

$$P(C) = t \rightarrow P(B) = \frac{t}{2} \rightarrow P(A) = t$$

$$P(A) + P(B) + P(C) = t + \frac{t}{2} + t = 1 \rightarrow \frac{5t}{2} = 1 \rightarrow t = \frac{2}{5}$$

$$P(A) = \frac{2}{5} \quad P(A') = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

9

$$P(\text{مجموع اعداد زوج} | \text{اعداد برابر}) = \frac{4}{30}$$

$$\begin{aligned} & (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6) \\ & (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5) \\ & (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (6,1), (6,2), (6,3) \end{aligned}$$

10

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{P(A) \times P(B)}$$

$$= 0.6 + 0.8 - 0.6 \times 0.8 = 1.4 - 0.48 = 0.92$$

11

$$P(\text{هر دو سفید} \vee \text{هر دو قرمز}) = P(\text{هر دو سفید}) + P(\text{هر دو قرمز})$$

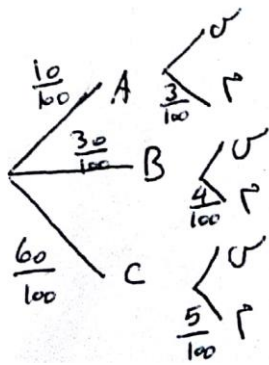
$$= \frac{7}{12} \times \frac{6}{11} + \frac{5}{12} \times \frac{4}{11} = \frac{62}{132}$$

12

$$\begin{array}{l} \frac{7}{12} \text{ } \swarrow \text{معمول اول آبی} \\ \frac{5}{12} \text{ } \searrow \text{معمول اول قرمز} \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{7}{14} \text{ } \swarrow \text{قرمز} \\ \frac{7}{14} \text{ } \searrow \text{آبی} \\ \frac{8}{14} \text{ } \swarrow \text{قرمز} \\ \frac{6}{14} \text{ } \searrow \text{آبی} \end{array}$$

$$\frac{7}{12} \times \frac{7}{14} + \frac{5}{12} \times \frac{8}{14} = \frac{89}{12 \times 14}$$

13



$$P(A | \text{م}) = \frac{\frac{10}{100} \times \frac{3}{100}}{\frac{10}{100} \times \frac{3}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{4}{100} + \frac{60}{100} \times \frac{5}{100}}$$

$$= \frac{3}{45} = \frac{1}{15}$$

۱۴

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح :

جمع بارم : ۲۰ نمره